بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٢٠١٨

٢ - ١

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

د س

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
مدة الامتحان : ٠٠ : ٢
الفرع : العلمي
اليوم والتاريخ : الأربعاء ٢٠١٢/٦/٢٧

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول : (١٧ علامة)

جد التكاملات الآتية :

أ) $\int \frac{س}{جتا\ ٢س + ١}\ دس$ (٥ علامات)

ب) $\int_{١-}^{٤} \frac{س}{\sqrt{س + ٥}}\ دس$ (٥ علامات)

ج) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س} - ٤}\ دس$ (٧ علامات)

السؤال الثاني : (١٩ علامة)

أ) إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة (س ، ص) يساوي ٢ س ص ، فجد قيمة (قيم) ص عندما س = ٣ ، علماً بأن منحنى العلاقة يمرّ بالنقطة (٢ ، ١) . (٥ علامات)

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة :

ق (س) = $س^{٣}$ ، هـ (س) = $س^{٢}$ + ٤ ، ل (س) = −٤ س . (٨ علامات)

ج) قطع ناقص معادلته $\frac{(س - ٢)^{٢}}{٢٥} + \frac{ص^{٢}}{٩} = ١$ ، جد معادلة الدائرة التي مركزها مركز هذا القطع وتمر ببؤرتيه. (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

السـؤال الثالث : (٢٣ علامة)

أ) قطع مكافئ معادلته $ص^{٢} - ٦ ص - ٨ س - ٣١ = ٠$ ، جـد كلاً ممّا يأتي لهذا القطع :

١) إحداثيي الرأس. ٢) إحداثيي البؤرة. ٣) معادلة الدليل. (٨ علامات)

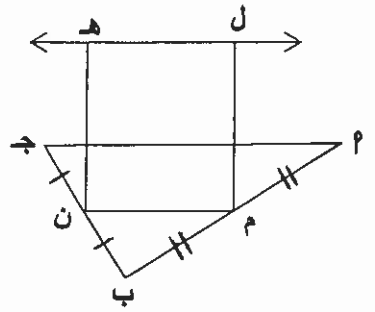
ب) جد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه (٢ ، ١) ، (٢ ، -٧) واختلافه المركزي $\frac{٣}{٢}$. (٨ علامات)

ج) في الشكل المجاور $أ ب جـ$ مثلث، المستقيم $\overleftrightarrow{ل هـ}$ // المستوى $أ ب جـ$.

رُسم المستوى $ل م ن هـ$ فقطع المستوى $أ ب جـ$ في المستقيم $\overleftrightarrow{م ن}$

حيث م ، ن منتصفي $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ على الترتيب.

أثبت أن $\overleftrightarrow{ل هـ}$ // $\overleftrightarrow{أ جـ}$. (٧ علامات)



السـؤال الرابع : (١٧ علامة)

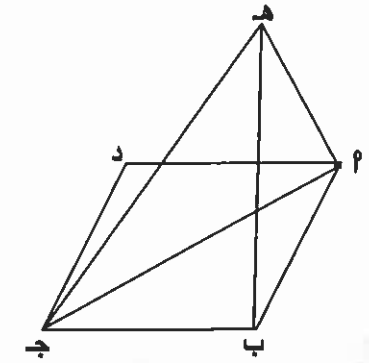
أ) في الشكل المجاور $أ ب جـ د$ مربع طول ضلعه ١٢ سم.

رُسمت $\overline{أ هـ}$ عمودية على مستوى المربع، ثمّ رُسمت

$\overline{هـ ب}$ ، $\overline{هـ جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$. أجب عمّا يأتي :

١) بيّن أنّ قياس الزاوية الزوجية $(ب ، \overleftrightarrow{أ هـ} ، جـ) = ٤٥^{\circ}$.

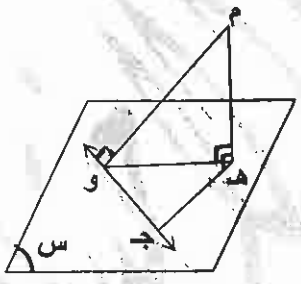
٢) إذا كان قياس الزاوية $أ هـ ب$ يساوي ٣٠° ، فجـد $أ هـ$.



(٨ علامات)

ب) اعتمد على الرسم المجاور في إثبات صحة النظرية الآتية :

إذا مدّ مستقيم مائل من نقطة خارج مستوى، وكان المستقيم المائل عمودياً على مستقيم في المستوى، فإن مسقط المستقيم المائل يكون عمودياً على هذا المستقيم.



(٩ علامات)

السـؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكوّن هذا السؤال من (١٢) فقرة، لكلّ فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

١) إذا كان ق (س) اقتراناً متصلاً، م (س) اقتراناً بدائياً للاقتران ق (س) ، وكان $أ$ ، جـ ثابتين ، $أ \neq ٠$ ، فإن $\int$ ق ($أ$ س) د س =

أ) م ($أ$ س) + جـ ب) $\frac{١}{أ}$ م ($أ$ س) + جـ ج) م (س) + جـ د) $\frac{١}{أ}$ م (س) + جـ

يتبع الصفحة الثالثة ...

٢) إذا كان ق (س) ≤ ٦ لجميع قيم س في الفترة [١ ، ٣] ، فإن أكبر قيمة ممكنة للمقدار $\int_{١}^{٣} (٢ ق (س) + ١)$ دس =

أ) ١٢ ب) ١٣ ج) ٢٤ د) ٢٦

٣) إذا كان $\int_{-١}^{٢} ٣ ق (س)$ دس = ٦ ، $\int_{٥}^{٢} ق (س)$ دس = ٨ ، فإن $\int_{-١}^{٥} |ق (س)|$ دس =

أ) -٦ ب) ٦ ج) ١٠ د) ١٤

٤) قيمة $\int_{٢}^{هـ} \frac{١}{س}$ دس تساوي :

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) هـ

٥) إذا كان ق (س) = $هـ^{٣س} + لـو_{هـ} (٣ س + ١)$ ، س > $-\frac{١}{٣}$ ، فإن ق َ(٠) =

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٣ د) ٢

٦) $\int_{٤}^{٦} [\frac{١}{٢} س + ١]$ دس =

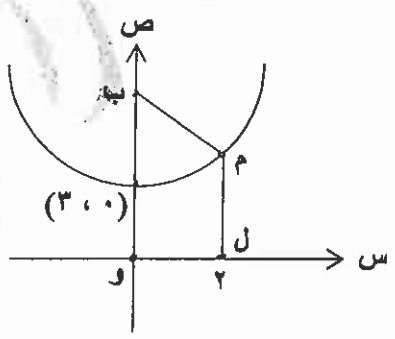
أ) ٦ ب) ٤ ج) ٢ د) ١

٧) قطع ناقص طول محوره الأكبر ٢ ا ، واختلافه المركزي هـ ، إذا كانت ل المسافة بين إحدى بؤرتي القطع والرأس البعيد عنها ، فإن ل =

أ) ا(١- هـ) ب) هـ (ا + ١) ج) ا(هـ + ١) د) ا + هـ

٨) في الشكل المجاور قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٣) وبؤرته ب ودليله محور السينات، والنقطة م (٢ ، $\frac{١٠}{٣}$) تقع على منحناه.

جـد محيط الشكل الرباعي ل م ب و :



أ) $\frac{٤٠}{٣}$ ب) $\frac{٣٨}{٣}$

ج) $\frac{٣٤}{٣}$ د) $\frac{٤٤}{٣}$

يتبع الصفحة الرابعة ...

٩) تتحرّك نقطة ن (س ، ص) في الربعين الأول والثالث من المستوى البياني، بحيث تبقى على بعدين متساويين من المحورين الإحداثيين. إن معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) هي :

أ) ص = س^{٣} ب) س = ص^{٣} ج) ص = – س د) ص = س

١٠) تتحرّك نقطة ن (س ، ص) في المستوى، بحيث يتحدّد موقعها بالمعادلتين س = جـا هـ – جتـا هـ ،

ص = أ جـا هـ جتـا هـ ، حيث هـ زاوية متغيّرة، معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) هي :

أ) قطع ناقص ب) قطع زائد ج) قطع مكافئ د) دائرة

١١) إذا كان ل ، م مستقيمين متخالفين فإن إحدى العبارات الآتية صحيحة :

أ) ل ، م يجمعهما مستوى واحد. ب) يمكن أن يعامد أحد المستقيمات كلاً من ل ، م .

ج) لا يمكن أن يتقاطع مسقطي ل ، م . د) لا يمكن أن يتعامد ل ، م .

١٢) رقم العبارة الصحيحة من بين العبارات الآتية :

(١) إذا وازى مستقيمان مستوى فإنهما يكونان متوازيين دائماً.

(٢) المستويان العموديان على مستوى واحد يكونان متوازيين دائماً.

(٣) المستقيمان العموديان على مستوى واحد متوازيان.

(٤) المستقيم العمودي على مستقيمين متوازيين واقعين في مستوى س يكون عمودياً على المستوى س .

أ) (١) ب) (٢) ج) (٣) د) (٤)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ (الدورة الصيفية) .

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيـــات
الفرع : العلمـــي/م٤

مدة الامتحان : ٢ س / د

التاريـــخ : ٢٧ / ٦ / ٢٠١٢

رقم الصفحة في الكتاب	الإجابة النموذجية :
	السؤال الأول : (١٧ علامـــة)
٢٦٧	أ) $\int \frac{س}{جتا^2 س + 1}\, دس = \int \frac{س}{2 جتا^2 س - 1 + 1}\, دس = \frac{1}{2} \int س \, قا^2 س \, دس$ ①
	نفرض أن $س = هـ \Leftarrow دس = دهـ$ ①
	$قا^2 س \, دس = دهـ \Leftarrow ظا س = هـ$
	$= \frac{1}{2} \int س \, قا^2 س \, دس = \frac{1}{2} س \, ظا س - \frac{1}{2} \int ظا س \, دس$ ② عدد كل جزء
	$= \frac{1}{2} س \, ظا س - \frac{1}{2} \int \frac{جا س}{جتا س} دس = \frac{1}{2} س \, ظا س + \frac{1}{2} لو_هـ |جتا س| + جـ$ ①
٢٦٣	ب) نفرض أن $\sqrt{س + 5} = ص \Leftarrow س = ص^2 - 5 \Leftarrow دس = 2 ص \, دص$ ①
	عندما $س = -1 \Leftarrow ص = 2$ و $س = 4 \Leftarrow ص = 3$ ①
	$\int \frac{س^4}{\sqrt{س + 5}}\, دس = \int_2^3 \frac{(ص^2 - 5)^4 \, 2 ص \, (ص^2 - 5)}{ص}\, دص = 2 \int_2^3 (ص^2 - 5)^3 \, دص$ ①
التلامذة للتكوين	$= 2 \left[\frac{1}{4} ص^4 - 5 ص^2\right]_2^3 = 2 \left[(9 - 15) - (\frac{81}{4} - 10)\right] = \frac{81}{2}$ ①
٣٠٢	ج) نفرض أن $هـ^{س} = ص \Leftarrow هـ^{س} \, دس = دص$ ①
	$\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{2س} - 4}\, دس = \int \frac{دص}{ص^2 - 4} ① = \int \frac{دص}{(ص - 2)(ص + 2)}$ ①
	$\frac{1}{(ص - 2)(ص + 2)} = \frac{أ}{ص - 2} + \frac{ب}{ص + 2} = \frac{أ(ص + 2) + ب(ص - 2)}{(ص - 2)(ص + 2)}$
	$أ(ص + 2) + ب(ص - 2) = 1 \Leftarrow (أ + ب) ص + 2أ - 2ب = 1$ ①
	$أ + ب = 0 \Leftarrow ب = -أ$
	$2أ - 2ب = 1 \Leftarrow 4أ = 1 \Leftarrow أ = \frac{1}{4}$ ①
	$ب = -أ = -\frac{1}{4}$ ①
	$\int \frac{دص}{(ص - 2)(ص + 2)} = \int \frac{\frac{1}{4}}{ص - 2} دص + \int \frac{-\frac{1}{4}}{ص + 2} دص$
	$= \frac{1}{4} لو_هـ |ص - 2| - \frac{1}{4} لو_هـ |ص + 2| + جـ$ ①
	$= \frac{1}{4} لو_هـ \left|\frac{هـ^{س} - 2}{هـ^{س} + 2}\right| + جـ$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني: (١٩ علامة)

٢٥١

٥ أ) $\frac{ص}{س} = ٢س ص \Leftarrow \frac{ص}{ص} = ٢س س$ ①

بتكامل الطرفين لو|ص| = $س^٢ + هـ$ ①

المنحنى يمر بالنقطة (٢، ١) $\Leftarrow$ لو ١ = ٤ + جـ $\Leftarrow$ جـ = -٤ ①

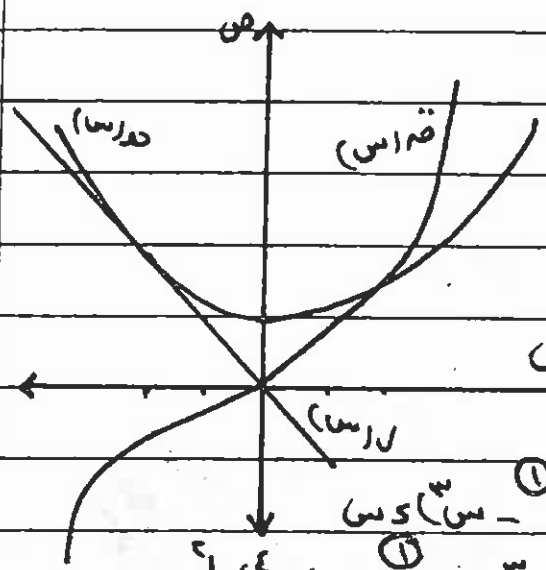
اذن لو|ص| = $س^٢ - ٤$

عندما س = ٣ $\Leftarrow$ لو|ص| = ٩ - ٤ = ٥ $\Leftarrow$ |ص| = $هـ^٥$ ①

ص = $هـ^٥$ ومنه ص = $هـ^٥$ ①

٢٧٦

٨ ب) نجد نقط التقاطع بين المنحنيات



$س^٣ = س^٢ + ٤ \Leftarrow س^٣ - س^٢ - ٤ = ٠$

$(س - ٢)(س^٢ + س + ٢) = ٠ \Leftarrow س = ٢$ ①

$س^٣ = -٤س \Leftarrow س^٣ + ٤س = ٠$

$س(س^٢ + ٤) = ٠ \Leftarrow س = ٠$ ①

$س^٢ + ٤ = -٤س \Leftarrow س^٢ + ٤س + ٤ = ٠$

$(س + ٢)^٢ = ٠ \Leftarrow س = -٢$ ①

م = $\int_{-٢}^{٠} (س^٢ + ٤ + ٤س)$ دس + $\int_{٠}^{٢} (س^٢ + ٤ - س^٣)$ دس ① ①

= $\left[\frac{١}{٣}س^٣ + ٤س + ٢س^٢\right]_{-٢}^{٠} + \left[\frac{١}{٣}س^٣ + ٤س - \frac{س^٤}{٤}\right]_{٠}^{٢}$ ① ①

= ٠ - $(-\frac{٨}{٣} - ٨ + ٨) + (\frac{٨}{٣} + ٨ - ٤) - ٠ = \frac{٨}{٣}$ وحدة مربعة ①

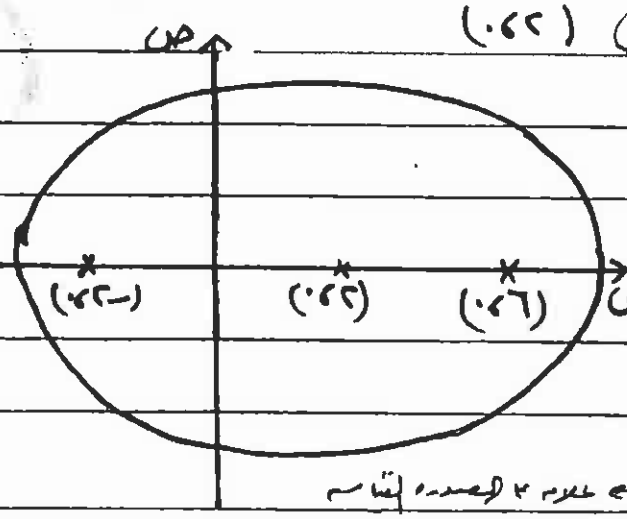
٣١٨ / ٣٥٢

٦ جـ) مركز القطع الناقص (٠، ٢) ①

$م^٢ = ٢٥$ ①

$ب^٢ = ٩$

$جـ^٢ = م^٢ - ب^٢ \Leftarrow جـ^٢ = ١٦ \Leftarrow جـ = ٤$ ①



بؤرة = جـ = ٤ ①

معادلة الدائرة

$(س - ٢)^٢ + ص^٢ = ١٦$ ②

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٣٠ علامة)

٣٣٣

أ) $ص^2 - ٦ص + ٩ = ٨س + ٣١ + ٩$ ٨

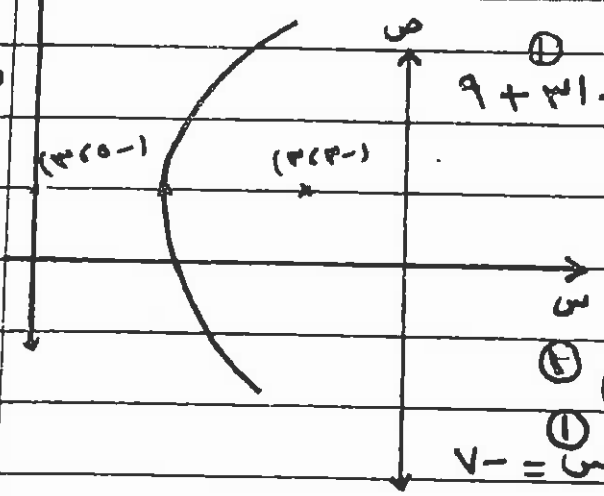
$(ص-٣)^2 = ٨(س+٥)$ ②

الرأس $(ك، هـ) = (-٥، ٣)$ ①

$٤ج = ٨ \Leftarrow ج = ٢$ ①

البؤرة $(ك + ج، هـ) = (-٣، ٣)$ ①

معادلة الدليل $س = ك - ج \Leftarrow س = -٧$ ①



٣٦٧

ب) القطع زائد ① والصورة العامة لمعادلته

$\frac{(ص-هـ)^2}{ب^2} - \frac{(س-ك)^2}{أ^2} = ١$ ① ٨

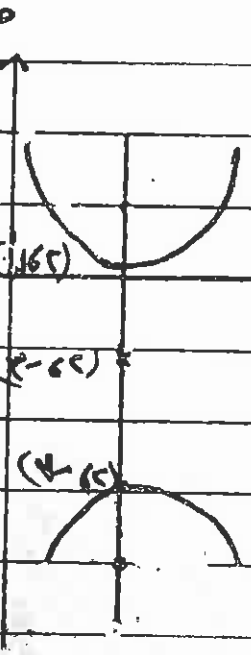
مركز القطع $(ك، هـ) = (\frac{٢+٢}{٢}، \frac{-١-٧}{٢}) = (٢، -٤)$ ①

$٢أ = ١ - (-٧) = ٨ \Leftarrow أ = ٤$ ①

$ج = ٣ \Leftarrow ج = ٣أ = ٦$ ①

$ب^2 = ج^2 - أ^2 \Leftarrow ب^2 = ٣٦ - ١٦ = ٢٠$ ①

معادلة القطع : $\frac{(ص+٤)^2}{١٦} - \frac{(س-٢)^2}{٢٠} = ١$ ①



٣٩٥

جـ) المعطيات : $\overleftrightarrow{لهـ} \parallel$ مستوى المثلث أ ب جـ

المستوى لم ن هـ يقطع المستوى أ ب هـ في $\overleftrightarrow{مـن}$ ، م ، ن ٧

منتصفي $\overline{أب}$ ، $\overline{بجـ}$ على الترتيب ①

المطلوب : اثبات أن $\overleftrightarrow{لهـ} \parallel \overleftrightarrow{مـن}$ ①

البرهان : المستوى لم ن هـ يقطع المستوى أ ب جـ في $\overleftrightarrow{مـن}$ ①

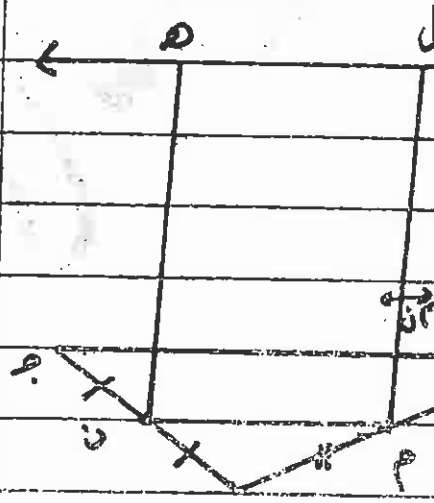
$\overleftrightarrow{لهـ}$ يمر في المستوى لم ن هـ ①

$\overleftrightarrow{لهـ} \parallel$ المستوى أ ب هـ ①

إذن $\overleftrightarrow{لهـ} \parallel \overleftrightarrow{مـن}$ ① (نظرية) ... (١)

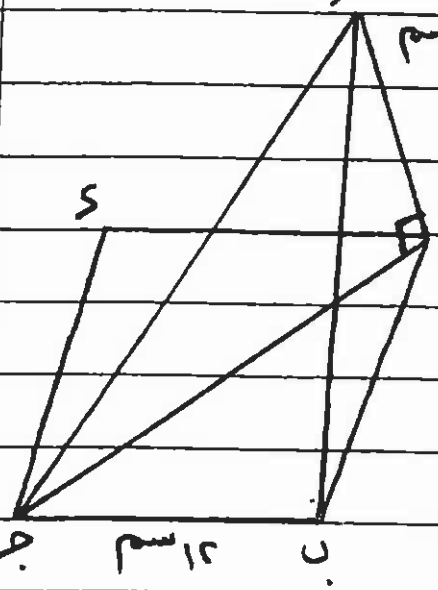
$\overline{مـن} \parallel \overline{أجـ}$ (واصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث) ... (٢)

$\overleftrightarrow{لهـ} \parallel \overleftrightarrow{أجـ}$ (المستقيمان المرتبطان بالثالث في الفراغ متوازيان) ... (٣) ①



رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (١٧ علامة)



أ) المعطيات : أ ب جـ ء مربع طول ضلعه ١٢ سم ①

أهـ ⊥ أ ب جـ ء

٤١٢ المطلوب (١) اثبات أن قياس الزاوية الزوجية (ب ، أهـ ، جـ) = ٤٥°

٤١١ (٢) ايجاد أ هـ اذا كان هـ ∗ أهـ ب = ٣٠°

البرهان :

١) أهـ ⊥ أب ، أهـ ⊥ أجـ لأن ③

٤١٢ أهـ ⊥ المستوى أ ب جـ ء ①

أي أن الحرف أهـ يمامد كلاً من أب ، أجـ الواقعتين في المستويين

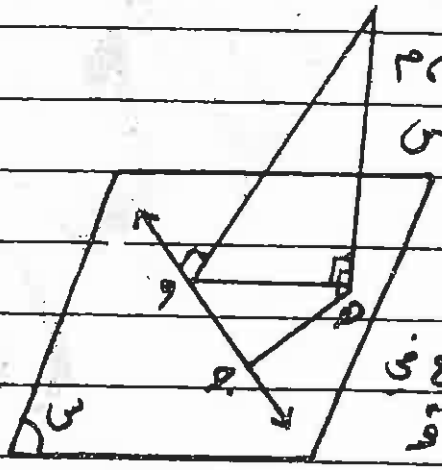
ب أهـ ، جـ أهـ على الترتيب

اذن قياس الزاوية ب أ جـ هو قياس الزاوية الزوجية (ب ، أهـ ، جـ) ①

لكن أجـ قطر في المربع أ ب جـ ء ومنه هـ ∗ ب أ جـ = ٤٥° ①

٤١١ ٢) المثلث هـ أ ب قائم الزاوية في أ من فرع (أ)

ظا ٣٠° = $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ هـ}}$ ① ⇐ أ هـ = $\frac{\text{أ ب}}{\text{ظا ٣٠°}}$ = $\frac{١٢}{\frac{١}{\sqrt{٣}}}$ ① اذن أ هـ = ١٢ $\sqrt{٣}$ سم. ①



٤٠٨ ب) المعطيات : جـ و مستقيم في المستوى س ، م ① نقطة خارج المستوى س ، م هـ ⊥ المستوى س

م و ⊥ جـ و

المطلوب : اثبات أن هـ و ⊥ جـ هـ ①

البرهان : م هـ ⊥ المستوى س ، جـ و يقع في المستوى س ، اذن م هـ ⊥ جـ و ①

لكن م و ⊥ جـ و ① بالفرض

اذن جـ و ⊥ كل من المستقيمين المتقاطعين م و ، م هـ ①

اذن جـ و ⊥ المستوى م هـ و ⇐ جـ هـ ⊥ كل مستقيم في المستوى ①

م هـ و . لكن هـ و يقع في المستوى م و هـ

اذن جـ و ⊥ هـ و ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس :(٤٠ علامة) علامتان لكل فقرة

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رمز الاجابة الصحيحة	ب	ك	جـ	ب	م	م	جـ	ك	ك	م	ب	جـ

٢٢٩

٢٤٧

٢٤٣

٢٨٥

٢٩٥

٢٣٤

٢٤١

٢٢٥

٣١٦ ٣٦٨

٣٦٨

٣٨٤

٣٩٩

السؤال الأول

حل آخر.

(أ) $\int \frac{س}{1+جتا س} \, دس = \int \frac{س}{1+جتا س} \times \frac{1-جتا س}{1-جتا س} \, دس$ ①

$= \int \frac{س(1-جتا س)}{1-جتا^2 س} \, دس = \int \frac{س(1-جتا س)}{جا^2 س} \, دس$

$= \int \frac{-س جتا س}{جا^2 س} \, دس + \int \frac{س}{جا^2 س} \, دس$

$= \int -س \, قتا س ظا س \, دس + \int س \, قتا^2 س \, دس$ ①

بفرض $ص = س \Leftarrow دص = دس$

$دع = قتا^2 س \, دس \Leftarrow ع = -قتا س ظا س$

$= -س قتا س ظا س - \int -قتا س ظا س \, دس$

$= -س قتا س ظا س + \int قتا س ظا س \, دس$

$= -س قتا س ظا س + \int \frac{جتا س}{جا س \, جا س} \, دس$

$= -س قتا س ظا س + \int قتا س \times ظتا س \, دس$

$= -س قتا س ظا س - لو | قتا س + ظتا س | + ثابت$

① ①

بفرض $ص = -س \Leftarrow دص = -دس$

$دع = قتا^2 س \, دس \Leftarrow ع = -ظتا س$

$= -س ظتا س + \int ظتا س \, دس$

$= -س ظتا س + لو | جا س | + ثابت$

صفحة ٢ ...

السؤال الأول

٢) حل آخر

$$\int \frac{س}{جتا^2 س + 1}\, دس = \int \frac{س}{1 - 2جا^2 س + 1}\, دس \quad ①$$

$$= \int \frac{س}{2 - 2جا^2 س}\, دس = \frac{1}{2} \int \frac{س}{1 - جا^2 س}\, دس$$

$$= \frac{1}{2} \int س \, قا^2 س \, دس$$

نفرض $ه = س \Leftarrow ده = دس$

$دهـ = قا^2 س \, دس \Leftarrow هـ = ظا س$ ①

$$\therefore \frac{1}{2} \int س \, قا^2 س \, دس = \frac{1}{2} \left[س ظا س - \int ظا س \, دس \right]$$

① ①

$$= \frac{1}{2} س ظا س - \frac{1}{2} لو |جتا س| + ج$$

①

السؤال الأول

ب) حل آخر.

$$\int_{-1}^{4} \frac{س}{\sqrt{س+5}}\,دس = \int_{-1}^{4} س(س+5)^{-\frac{1}{2}}\,دس$$

$$\left.\begin{array}{l} ص = س \Leftarrow دص = دس \\ دع = (س+5)^{-\frac{1}{2}}\,دس \Leftarrow ع = 2(س+5)^{\frac{1}{2}} \end{array}\right\} \quad ①$$

$$= \left[2س(س+5)^{\frac{1}{2}}\right]_{-1}^{4} - \int_{-1}^{4} 2(س+5)^{\frac{1}{2}}\,دس$$

$$= 2س\sqrt{س+5}\Big]_{-1}^{4} - \frac{2}{3}\sqrt{(س+5)^3}\Big]_{-1}^{4}$$

$$= (8\times 3 + 2\times 2) - \left(\frac{2}{3}\times 27 - \frac{2}{3}\times 8\right)$$

$$= 28 - 18 + \frac{16}{3} = 10 + \frac{16}{3} = \frac{46}{3}$$

ب) حل آخر

$$\int_{-1}^{4} \frac{س}{\sqrt{س+5}}\,دس$$

نفرض $ص = س+5 \Leftarrow دص = دس$

$س = -1 \Leftarrow ص = 4$

$س = 4 \Leftarrow ص = 9$

$$\therefore \int_{4}^{9} \frac{ص-5}{\sqrt{ص}}\,دص = \int_{4}^{9} ص^{-\frac{1}{2}}(ص-5)\,دص = \int_{4}^{9} ص^{\frac{1}{2}}\,دص - 5\int_{4}^{9} ص^{-\frac{1}{2}}\,دص$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{ص^3}\Big]_{4}^{9} - 10\sqrt{ص}\Big]_{4}^{9} = \left(\frac{2}{3}\times 27 - \frac{2}{3}\times 8\right) - (10\times 3 - 10\times 2)$$

$$= 18 - \frac{16}{3} - 30 + 20 = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}$$

السؤال الأول

(٥) حل آخر

$$\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س}-٣}\,دس = \int \frac{هـ^{س}}{(هـ^{س}-٣)(هـ^{س}+٣)}\,دس \quad ①$$

نفرض ص = $هـ^{س}$ ⇐ $دس = \frac{دص}{ص}$ ①

$$= \int \frac{ص}{ص(ص+٤)} \times \frac{دص}{ص} = \int \frac{١}{ص^{٢}+٤ص}\,دص \quad ①$$

$$= \int \frac{ص^{-١}}{١+٤ص^{-١}}\,دص \overset{①}{=} -\frac{١}{٤}\int \frac{-٤ \times ص^{-٢}}{١+٤ص^{-١}}\,دص \quad ①$$

$$= -\frac{١}{٤}\,لو_{هـ}\left|١+\frac{٤}{ص}\right| + ج \overset{①}{=} -\frac{١}{٤}\,لو_{هـ}\left|١+\frac{٤}{هـ^{س}-٣}\right| + ج \quad ①$$

السؤال الثاني

أ) حل آخر

$\frac{ص}{س} = ٢ س ص \Leftarrow \frac{ص}{ص} = ٢ س س$ ①

$\left.\begin{array}{l} \frac{ص}{ص} = ٢ س س \\ \text{لو} |ص| = س^٢ + جـ \end{array}\right\} \Leftarrow$ ①

$\therefore |ص| = هـ^{س^٢ + جـ} \Leftarrow |ص| = هـ^{س^٢} \times هـ^{جـ}$ $(هـ^{س^٢} > ٠ ، هـ^{جـ} > ٠)$

$هـ^{جـ}$ ثابت $= ك$.

$\therefore ص = ك هـ^{س^٢}$

النقطة $(١ ، ٥)$ تحقق المعادلة $\Leftarrow ١ = ك هـ^{٤}$

$\therefore ك = \frac{١}{هـ^{٤}}$ ①

$\Leftarrow ص = \frac{١}{هـ^{٤}} هـ^{س^٢}$

$|ص| = \frac{١}{هـ^{٤}} هـ^{٩} = هـ^{٥}$

$س = ٣$ ①

السؤال الثاني

ب) حل آخر.

معادلة الدائرة هي

$س^2 + ص^2 + 2ل س + 2ك ص + ط = صفر$ ①

$م(-ل، -ك) = (2، 0)$ ①

إذن معادلة الدائرة هي

$س^2 + ص^2 - 4س + ط = 0$ ①

بكتب بؤرة القطع المكافئ $(6، 0)$ تحقق معادلة الدائرة. ①

(عكس تعويض النقطة الأخرى (البؤرة) يؤدي لنفس الجواب).

$36 + 0 - 4(6) + ط = 0$

$ط = -12$ ①

∴ معادلة الدائرة هي $س^2 + ص^2 - 4س - 12 = 0$ ①

ب) حل آخر

$م(2، 0)$ ①

$(س - 2)^2 + (ص - 0)^2 = ر^2$ ①

$(س - 2)^2 + ص^2 = ر^2$ ①

بكتب بؤرة القطع المكافئ $(6، 0)$ تحقق معادلة (معادلة الدائرة) ①

$16 + 0 = ر^2 \Leftarrow ر = 4$ ①

$(س - 2)^2 + ص^2 = 16$ ①

السؤال الثالث صفحة رقم (١٢)

ب) حل آخر.

المعطيات ①

المطلوب:

بما أن $\overline{لـ هـ} \parallel \Delta$ ب ج

$\therefore$ $\overline{لـ هـ}$ ، Δ ب ج لا يوجد بينهما نقط مشتركة. ①

لكن $\overline{م ن}$ ⊂ Δ ب ج

$\therefore$ $\overline{لـ هـ}$ ، $\overline{م ن}$ لا يوجد بينهما نقط مشتركة ①

لكن $\overline{لـ هـ}$ ، $\overline{م ن}$ ⊂ المستوى ل م ن هـ ①

$\therefore$ $\overline{لـ هـ} \parallel \overline{م ن}$ --- (١) ①

$\overline{م ن} \parallel \overline{أ ب}$ --- (٢) (واصله يصل منتصفي ضلعين في Δ ب ج) ①

من (١) ، (٢) ①

$\overline{لـ هـ} \parallel \overline{أ ب}$ (المستقيمان المتوازيان يقطعهما المستقيم الثالث في الفراغ متوازيان)

السؤال الرابع

أ) (١) حل أحد المعطيان ①

الحل : بما أن $\overline{أهـ} \perp$ المستوى أبحـ

$\therefore \overline{أهـ} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{أهـ} \perp \overline{أحـ}$ ②

أي أن المثلث أهـ يعامد كلا من $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ المقصيين في المستوى بين أهـ ، حـ أهـ على الترتيب .

$\therefore$ ق(∠ب أ هـ ، ∠ب أ حـ) = ق(∠ب أ حـ) ①

لكن $\triangle$ ب أ حـ قائم في ب (مربع) .

$$\text{ظا}(\text{ق}\angle\text{ب أ حـ}) = \frac{\text{ب حـ}}{\text{أ ب}} = \frac{١}{١} = ١$$ ①

$\therefore$ ق(∠ب أ حـ) = ٤٥°

$\therefore$ ق(∠ب أ هـ ، ∠ب أ حـ) = ق(∠ب أ حـ) = ٤٥° ①

(ب) جا(∠أ هـ ب) = جا ٣٠° = $\frac{\text{أ ب}}{\text{هـ ب}}$ ①

$\frac{١}{٢} = \frac{\text{أ ب}}{\text{هـ ب}} \Leftarrow$ هـ ب = ٢ أ ب

هـ ب = ٢ × ١٢

هـ ب = ٢٤ سم ①

$(\text{أ هـ})^{٢} = (\text{هـ ب})^{٢} - (\text{أ ب})^{٢}$

$= (٢٤)^{٢} - (١٢)^{٢}$

$= ٥٧٦ - ١٤٤$

$= ٤٣٢$

$\therefore$ أ هـ $= \sqrt{٤٣٢} = \sqrt{١٤٤ \times ٣} = ١٢\sqrt{٣}$ سم ①

السؤال الرابع

ب) (١) حل آخر

المعطيات ①

الحل بما أن $\overline{ب ه} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{ب ه} \perp \overline{أ ه}$

∴ $\overline{ب ه} \perp$ المستوى $أ ب ه$ ①

∴ $\overline{أ ه}$ حامل على $\Delta أ ب ه$

وحيث $\overline{ب أ} \perp \overline{أ ه}$ ①

∴ $\overline{أ ه} \perp \overline{ه ه}$ (حسب نظرية الأعمدة الثلاثة)

∴ ق(∠(المستوى $أ ب$ ، $\overline{ه ه}$ ، $ه$)) = ق(∠$ب أ ه$) ①

لكن $\Delta أ ب ه$ قائم في $ب$.

ظا(∠$ب أ ه$) = $\frac{ب ه}{أ ب} = \frac{١٢}{١٢} = ١$

∴ ق(∠$ب أ ه$) = $٤٥°$ ①

∴ ق(∠(المستوى $أ ب$ ، $\overline{ه ه}$ ، $ه$)) = ق(∠$ب أ ه$) = $٤٥°$.

السؤال الرابع

ب) حل آخر .

(٩) المعطيات ①

المطلوب: إثبات أن $\overline{هـ و} \parallel \overline{ب جـ}$ ①

البرهان

نصل $\overline{م ب}$ ونكمل على الشكل التالية

$\triangle م هـ و$ ، $\triangle م هـ د$ ، $\triangle م و جـ$ جميعها قائمة الزاوية.

في $\triangle م هـ و$ القائم في هـ .

$(هـ و)^2 = (م و)^2 - (م هـ)^2$ --- (١) ①

في $\triangle م و جـ$ القائم في و

$(م جـ)^2 = (م و)^2 + (و جـ)^2$ --- (٢) ①

في $\triangle م هـ د$ القائم في هـ

$(م د)^2 = (م هـ)^2 + (هـ د)^2$ --- (٣) ①

من (١) ، (٢) $\Leftarrow (هـ و)^2 = (م جـ)^2 - (و جـ)^2 - (م هـ)^2$ ①

$\Leftarrow (هـ و)^2 + (و جـ)^2 = (م جـ)^2 - (م هـ)^2$

بالتعويض من (٣) $\Leftarrow (هـ جـ)^2 = (م جـ)^2 - (م هـ)^2$

$\therefore (هـ و)^2 + (و جـ)^2 = (هـ جـ)^2$ ①

$\therefore \triangle هـ و جـ$ قائم في و . ①

$\therefore \overline{هـ و} \perp \overline{و جـ}$ ①